



Kraków, 22 maja 2024

Od oparzeń do falowej natury ciepła – przez równanie telegrafistów

Wszyscy to znamy: gdy zbliża się pociąg lub nadjeżdża karetka na sygnale, słyszymy dźwięk o podwyższonej częstotliwości, stopniowo nieco malejącej. W momencie mijania częstotliwość zmienia się raptownie na niższą, po czym maleje dalej. Powszechnie spotykany efekt Dopplera może być cenną wskazówką dotyczącą natury zjawiska pozornie zupełnie niezwiązanego z rozchodzeniem się dźwięku: transportu ciepła.

Oparzenia dla nikogo nie są przyjemne, fizyków bolą jednak w dwojnásób: nie dość, że cierpią jak inni, to na dodatek wciąż nie wiedzą, jaki mechanizm odpowiada za transport ciepła w układach o tak złożonej budowie jak tkanki biologiczne. Czy mamy tu do czynienia z dyfuzją, związaną z rozprzestrzenianiem się początkowo skupionych cząsteczek materii? A może za transport ciepła odpowiadają zjawiska falowe zbliżone do znanych z akustyki? Trzyosobowa grupa teoretyków z Instytutu Fizyki Jądrowej Polskiej Akademii Nauk (IFJ PAN) w Krakowie postanowiła zaatakować problem transportu ciepła za pomocą... równania telegrafisty oraz efektu Dopplera, doskonale znanego z życia i szkoły podstawowej. Wyniki prac zespołu zaprezentowano w artykule opublikowanym na łamach czasopisma „International Journal of Heat and Mass Transfer”.

W fizyce ruch falowy jest opisywany za pomocą równania zwanego równaniem falowym. Gdy w drugiej połowie XIX wieku rozwijała się technika telegraficzna, okazało się, że do opisu wiadomości przesyłanej alfabetem Morse’a trzeba zmodyfikować to równanie w taki sposób, aby uwzględnić wygaszanie prądu płynącego przez ośrodek, w którym się on rozchodzi – czyli przez kabel telegraficzny. Z myślą o telekomunikacji powstało wtedy równanie telegrafistów, opisujące, jak prąd elektryczny propaguje się z tłumieniem wzdłuż jednego wymiaru przestrzennego.

„W ostatnich latach umiejętnie uogólnione równanie telegrafisty znalazło nowe zastosowanie: zaczęto je wykorzystywać także do opisu zjawisk związanych z dyfuzją bądź transportem ciepła. Ten fakt sprowokował nas do postawienia intrygującego pytania”, mówi dr hab. Katarzyna Górka (IFJ PAN). *„W rozwiązaniach równania falowego, a więc bez tłumienia, występuje efekt Dopplera, który jest zjawiskiem typowo falowym. Ale czy występuje on także w rozwiązaniach równań telegrafisty związanych z transportem ciepła? Gdyby tak było, mielibyśmy znakomitą przesłankę, że przynajmniej od strony teoretycznej nie ma przeszkód, by w układach z tłumieniem – na przykład w tkance biologicznej – przepływ ciepła mógł być traktowany jako zjawisko falowe”.*

Klasyczny efekt Dopplera to pozorna zmiana częstotliwości fal emitowanych przez źródło poruszające się względem obserwatora. Gdy odległość między źródłem a obserwatorem maleje, maksima i minima emitowanych fal docierają do odbiorcy częściej niż wtedy, gdy odległość między źródłem a obserwatorem się zwiększa. W przypadku fal dźwiękowych wyraźnie słyszymy, że dźwięk nadjeżdżającego pociągu czy syrena zbliżającej się szybko karetki mają zauważalnie wyższe częstotliwości niż wtedy, gdy te pojazdy się od nas oddalają.

Prof. dr hab. Andrzej Horzela (IFJ PAN) zwraca w tym momencie uwagę: *„Zjawisko Dopplera występuje w równaniach falowych, o których mówimy, że są lokalne. Lokalność rozumiemy tu w ten sposób, że między akcją a reakcją nie ma żadnego opóźnienia. Lokalne są na przykład zasady mechaniki – zmiana wypadkowej siły działającej na ciało natychmiast skutkuje zmianą jego przy-*

spieszenia. Wszyscy jednak wiemy, że możemy wziąć do ręki gorący kubek i nim pocujemy, że parzy, mija sekunda lub dwie. Zjawisko wykazuje pewne opóźnienie; mówimy, że jest nielokalne, inaczej mówiąc rozmyte w czasie. Czy zatem w uogólnionym równaniu telegrafisty, opisującym układy z rozmyciem czasowym, widać efekt Dopplera?”

Łatwo zapytać, trudniej odpowiedzieć. Kłopoty sprawia sama matematyka. Jeśli w równaniach mamy tylko pochodne i stałe to zwykle nie ma większych problemów ze znalezieniem rozwiązań. Tak właśnie jest w przypadku równania falowego. Sprawa się komplikuje, gdy w równaniu są same całki, niemniej i wtedy często można sobie poradzić. Tymczasem w uogólnionym równaniu telegrafisty pochodne i całki występują jednocześnie. Sercem artykułu krakowskich fizyków było więc udowodnienie, że rozwiązania uogólnionego równania telegrafisty można skonstruować ze znacznie prostszych do znalezienia rozwiązań równania lokalnego. Kluczową rolę odegrała tu procedura znana w teorii procesów stochastycznych jako subordynacja.

W zrozumieniu koncepcji subordynacji pomaga następujący przykład. Wyobraźmy sobie człowieka, który nadużył alkoholu, jednakże dzielnie próbuje iść prosto. Robi krok i staje, czekając aż świat przestanie wirować. Następnie robi kolejny krok, zapewne nieco dłuższy lub krótszy od poprzedniego – i znów się zatrzymuje na bliżej nieokreślony czas. Matematyczny opis takiego ruchu, zwanego błędzeniem przypadkowym, wcale nie musi być trywialny. A przecież tak naprawdę ważne jest nie to, ile czasu nasz „wędrowiec” spędza w danym miejscu, lecz to, jaką drogę ostatecznie pokona. Gdyby czas pomiędzy kolejnymi krokami upływał jednakowo, opis ruchu marynarza stałby się prostszy i odpowiadał poruszaniu się trzeźwego człowieka: byłaby to po prostu suma ciągu kolejnych, płynnie po sobie następujących kroków.

„W naszym ujęciu subordynacja polega na zastąpieniu jednorodnie upływającego czasu fizycznego, w którym równania są skomplikowane, pewnym wewnętrznym czasem związanym z czasem fizycznym, co robimy poprzez odpowiednią funkcję zawierającą informacje o czasowej nielokalności procesu. Zabieg ten upraszcza równania do postaci umożliwiającej znalezienie ich rozwiązań”, mówi współautor artykułu mgr inż. Tobiasz Pietrzak, słuchacz Krakowskiej Interdyscyplinarnej Szkoły Doktorskiej, którego prace sfinansowano z grantu Preludium Bis Narodowego Centrum Nauki.

Rozwiązania zwykłego równania telegrafisty wykazują cechy typowe dla zjawiska Dopplera. Widać w nich obecność wyraźnego, ostrego załamania częstotliwości, odpowiadającego chwili, gdy źródło mija obserwatora i dochodzi do natychmiastowej, skokowej zmiany wysokości rejestrowanego przez niego dźwięku. Analogiczne zachowanie krakowscy fizycy zauważyli w rozwiązaniach równania uogólnionego. Wydaje się zatem, że zjawisko Dopplera jest podstawową cechą ruchu falowego. To jednak nie wszystko. W fizycznym świecie każda fala ma swój front falowy, który w pewnym uproszczeniu można utożsamiać z jej początkiem i końcem. Gdy patrzymy na czoło fali (a zatem na jej front falowy), przesunięcie dopplerowskie łatwo zauważyć. Okazuje się, że zmiany częstości fal, wynikające ze zmian odległości między obserwatorem a źródłem, występują także w przypadku fal niewykazujących istnienia frontu falowego, np. zdefiniowanych na nieograniczonym obszarze.

Badania nad falowymi aspektami rozchodzenia się ciepła mogą sprawiać wrażenie rozważań bardzo abstrakcyjnych, lecz ich przełożenie na praktykę życia codziennego wydaje się całkiem realne. Fizycy z IFJ PAN wskazują, że zdobyta przez nich wiedza może zostać wykorzystana zwłaszcza w sytuacjach, gdy w grę wchodzi transport ciepła na małych odległościach. Przykładowe zastosowania mogą dotyczyć medycyny, gdzie lepsze zrozumienie mechanizmów transportu ciepła może pozwolić na opracowanie bezpieczniejszych technik pracy z laserowymi narzędziami chirurgicznymi bądź znalezienie metody efektywniejszego niż dotychczas odprowadzania nadmiaru ciepła z poparzonych tkanek. Zyskać może także kosmetologia, zainteresowana minimalizowaniem niepożądanych efektów termicznych pojawiających się podczas zabiegów kosmetycznych.

Institut Fizyki Jądrowej im. Henryka Niewodniczańskiego Polskiej Akademii Nauk (IFJ PAN) w Krakowie prowadzi badania podstawowe i aplikacyjne w obszarze fizyki oraz nauk pokrewnych. Główna część działalności naukowej Instytutu koncentruje się na badaniu struktury materii, w tym własności oddziaływań fundamentalnych od skali kosmicznej po cząstki elementarne. Częścią Instytutu jest nowoczesne Centrum Cyklotronowe Bronowice, unikalny w skali europejskiej ośrodek, obok badań naukowych zajmujący się terapią protonową nowotworów. IFJ PAN prowadzi też cztery akredytowane laboratoria badawcze i pomiarowe. Wyniki badań – obejmujących fizykę i astrofizykę cząstek, fizykę jądrową i oddziaływań silnych, fizykę fazy skondensowanej materii, fizykę medyczną, inżynierię nanomateriałów, geofizykę, biologię radiacyjną i środowiskową, radiochemię, dozymetrię oraz fizykę i ochronę środowiska – są każdego

roku przedstawiane w ponad 600 artykułach publikowanych w recenzowanych wysoko punktowanych czasopismach naukowych. Corocznie Instytut jest organizatorem lub współorganizatorem wielu międzynarodowych i krajowych konferencji naukowych oraz szeregu seminariów i innych spotkań naukowych. IFJ PAN jest członkiem Krakowskiego Konsorcjum Naukowego „Materia-Energia-Przyszłość”, któremu, na lata 2012-2017, nadany został status Krajowego Naukowego Ośrodka Wiodącego (KNOW). Wiele projektów i przedsięwzięć realizowanych przez Instytut jest wpisanych na Polską Mapę Infrastruktury Badawczej (PMIB). Instytut zatrudnia ponad pół tysiąca pracowników. Komisja Europejska przyznała IFJ PAN prestiżowe wyróżnienie „HR Excellence in Research” jako instytucji stosującej zasady „Europejskiej Karty Naukowca” i „Kodeksu Postępowania przy rekrutacji pracowników naukowych”. W kategorii MEiN Instytut został zaliczony do najwyższej kategorii naukowej A+ w obszarze nauk fizycznych.

KONTAKT:

dr hab. **Katarzyna Górka**
Instytut Fizyki Jądrowej Polskiej Akademii Nauk
tel.: +48 12 6628161
email: katarzyna.gorska@ifj.edu.pl

prof. dr hab. **Andrzej Horzela**
Instytut Fizyki Jądrowej Polskiej Akademii Nauk
tel.: +48 12 6628383
email: andrzej.horzela@ifj.edu.pl

PUBLIKACJE NAUKOWE:

„The generalized telegraph equation with moving harmonic source: Solvability using the integral decomposition technique and wave aspects”

T. Pietrzak, A. Horzela, K. Górka
International Journal of Heat and Mass Transfer, 2024, 225, 125373
DOI: [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2024.125373](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2024.125373)

POWIĄZANE STRONY WWW:

<http://www.ifj.edu.pl/>
Strona Instytutu Fizyki Jądrowej Polskiej Akademii Nauk.

<http://press.ifj.edu.pl/>
Serwis prasowy Instytutu Fizyki Jądrowej PAN.

MATERIAŁY GRAFICZNE:

IFJ240522b_fot01s.jpg **HR:** http://press.ifj.edu.pl/news/2024/05/22/IFJ240522b_fot01.jpg
Zjawisko Dopplera słychać szczególnie wyraźnie, gdy mijają nas pociągi. Obecność tego samego efektu w uogólnionym równaniu telegrafisty wskazuje na falową naturę transportu ciepła na małych odległościach. (Źródło: IFJ PAN)